

29. Extrémy funkcí - úlohy k procvičení

1. Definujte skutečnost, že funkce f má v bodě x_0 *ostré lokální minimum*, resp. (*neostré*) *globální maximum*.
2. Následující tvrzení buď dokažte, nebo uveďte protipříklad vyvracející jeho obecnou platnost.
Jestliže má funkce f v bodě x_0 lokální extrém a existuje-li její derivace v tomto bodě, pak $f'(x_0) = 0$.
3. Udejte příklad polynomu čtvrtého stupně, který má právě dva lokální extrémy, případně vysvětlete, proč takový polynom neexistuje.

4. Určete souřadnice vrcholu paraboly

$$p: 2y^2 - 4y + x - 3 = 0$$

- a) bez užití diferenciálního počtu,
- b) užitím diferenciálního počtu.

5. Vyšetřete všechny lokální extrémy funkcí

$$f(x) = \frac{1-x^3}{x^2} \quad a \quad g(x) = \sqrt[3]{x^2} e^{-x}.$$

6. Vyšetřete všechny globální extrémy funkce

$$f(x) = x + \cos 2x$$

na intervalu $\langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle$.

7. Určete počet reálných kořenů polynomu

$$P(x) = x^3 - x^2 - 8x + 10.$$

Veškerá svá tvrzení podložte výpočty nebo zdůvodněte.

8. Určete definiční obor funkce

$$f: y = \sqrt{\log(9 - 2x - x^2)}$$

a najděte v něm všechny globální extrémy funkce f . Veškerá svá tvrzení podložte výpočty nebo zdůvodněte.

9. Na kuželosečce o rovnici

$$2x^2 - 4x - 2y - 11 = 0$$

najděte bod, jehož vzdálenost od bodu $A = [1; -2]$ je minimální. O jakou kuželosečku se jedná?

10. Dvě auta se pohybují po přímých navzájem kolmých silnicích stálou rychlostí $v = 20$ m/s směrem ke křižovatce. V čase $t_0 = 0$ s je jedno auto vzdáleno od křižovatky 100 m, druhé 200 m.

- a) Určete čas t v sekundách, ve kterém bude vzdálenost aut nejmenší.
- b) Určete minimální vzdálenost aut d v metrech.

11. Vypočtete minimální délku úsečky XY , která prochází bodem $A = [27; 64]$, přičemž bod X leží na ose x a bod Y leží na ose y .

Další úlohy ve Sbírce úloh z matematiky pro gymnasia. Obsah tohoto okruhu pokrývá především kapitola *Průběh funkce, maxima, minima* od str. 306.