

## 23. Výpočty obsahů a povrchů - úlohy k procvičení

1. Uveďte alespoň 5 různých vzorců pro výpočet obsahu (obecného) trojúhelníku  $ABC$ . Dokažte, platnost např. trigonometrického vzorce pro obsah trojúhelníku  $ABC$ .
2. Užitím známých vzorců pro obsahy rovinných útvarů odvoďte vztah pro výpočet povrchu pravidelného čtyřstěnu o délce hrany  $a$ .  $\sqrt{3} \cdot a^2$
3. Užitím vzorce pro povrch rotačního kužele odvoďte vztah pro výpočet povrchu komolého rotačního kužele o poloměrech podstav  $r_1, r_2$  a výšce  $v$ .

4. Vypočtete povrch koule  $S = 4\pi r^2$   $S = 16\pi$   
 $k : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 6y + 4z - 1 \leq 0$ .

5. Nechť je dána krychle  $ABCDEFGH$  o délce hrany  $a$ . Nechť bod  $K$  značí střed hrany  $EH$  této krychle. Vypočtete obsah útvaru, který je řezem krychle  $ABCDEFGH$  rovinou  $\overleftrightarrow{BDK}$ .  $\frac{9}{8}a^2$

6. Nechť je dán obdélník  $ABCD$  o rozměrech  $a, b$ . Sestrojte obdélník  $KLMN$ , který má stejný obsah jako obdélník  $ABCD$ , je-li dána délka  $c$  jedné jeho strany.  $a \cdot b = c \cdot d$

7. Vypočtete obsah pravidelného osmiúhelníku, který je vepsán do kružnice o poloměru  $r$ . Dále určete obsah kruhu, který je vepsán do tohoto osmiúhelníku.  $\pi r^2 \left(\frac{2-\sqrt{2}}{4}\right) \leftrightarrow 2\sqrt{2}r^2$

8. Určete kolik procent povrchu Země může vidět kosmonaut, který se nachází ve výšce  $h = 350$  km nad povrchem Země. Pro zjednodušení výpočtu Zemi uvažujte jako kouli o poloměru  $R = 6378$  km. Výpočet proveďte s přesností na desetiny procent.  $2,6\%$

9. Vypočtete obsah  $n$ -úhelníku, jehož vrcholy tvoří obrazy kořenů rovnice

$$z^3 - 8z^2 + 25z - 26 = 0 \quad 2j^2$$

v Gaussově rovině.

10. Vypočtete obsah kruhu, který je

- a) opsaný,  $9\pi$
- b) vepsaný  $2\pi$

$n$ -úhelníku, jehož vrcholy tvoří obrazy kořenů rovnice

$$(z-1)^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$$

v Gaussově rovině.

11. Užitím integrálního počtu odvoďte vzorec pro obsah útvaru, který leží uvnitř elipsy o délkách poloos  $a$  a  $b$ .  $\pi a b$

12. Užitím integrálního počtu odvoďte vzorec pro plášť komolého rotačního kužele o poloměrech podstav  $r_1, r_2$  a výšce  $v$ .

13. Vypočtete obsah útvaru ohraničeného parabolou, která je grafem funkce  $f$   
 $f : y = -x^2 + 4x - 3$ ,  $\frac{9}{4}$

a jejími tečnami v bodech  $T_1 = [0; y_1]$  a  $T_2 = [3; y_2]$  (tj.  $T_1 \in f, T_2 \in f$ ).

14. Vypočtete obsah útvaru, který je v  $\mathbb{E}_2$  vymezen podmínkami  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$   
 $x^2 + y^2 - 2x \leq 0$  a  $y \geq x$ .

15. Do kružnice o poloměru  $r$  vepište pravoúhelník maximálního obsahu. Své tvrzení podložte výpočtem.  $2r^2$

**Další úlohy** ve Sbírce úloh z matematiky pro gymnasia. Obsah tohoto okruhu pokrývají především tyto kapitoly:

- Hranol, válec od str. 490 - zejména úlohy č. 96, 97, 101, 114, 116, 124, 125.
- Jehlan a kužel od str. 495 - zejména úlohy č. 134, 135, 149, 150, 154, 157, 168.
- Komolý jehlan a komolý kužel od str. 500 - zejména úlohy č. 179, 180, 184, 190.
- Plocha kulová a koule, jejich části od str. 503 - zejména úlohy č. 198, 202, 206, 209, 211 - 216, 219, 235.