

19. Přímky v rovině - úlohy k procvičení

1. Definujte tzv. *asymptotu se směrnicí* pro $x \rightarrow \infty$ grafu funkce f a zformulujte tvrzení, s jehož využitím je možné asymptotu se směrnicí pro $x \rightarrow \infty$ grafu funkce f nalézt.
2. Definujte tzv. *úsekovou rovnici* přímky. Dále zformulujte tvrzení, které říká, za jakých podmínek existuje úseková rovnice přímky a uvádí geometrický význam koeficientů v úsekové rovnici přímky.
3. Najděte rovnici útvaru p' , který je obrazem přímky $p = \{[-1 + 2t, 1 - 3t] ; t \in \mathbb{R}\}$ ve středové souměrnosti se středem $S = [1, 2]$. Jakým útvarem je p' ? Své tvrzení zdůvodněte.
4. Určete vzdálenost přímek $p = \{[-2 + 4t, 3 - 3t] ; t \in \mathbb{R}\}$ a $q : 6x + 8y + 3 = 0$.
5. V závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$ diskutujte o vzájemné poloze přímek $p : x + ay = 2$ a $q : x - 2y + a = 0$.
6. Necht' jsou dány body $A = [-3; 2]$, $B = [-2; 1]$ a $C = [4; -1]$.

a) Napište všechny možné tvary rovnice přímky $\overleftrightarrow{AB}$ a vysvětlete význam koeficientů v jednotlivých rovnicích. Vhodným způsobem vyjádřete též polopřímku $\overrightarrow{AB}$ a úsečku AB .

b) Vypočítejte odchylku přímek $\overleftrightarrow{AB}$ a $\overleftrightarrow{BC}$.

c) Vypočítejte vzdálenost bodu B od přímky $\overleftrightarrow{AC}$.

d) Napište obecnou rovnici přímky p , která prochází bodem B a je kolmá na přímku $\overleftrightarrow{AB}$.

e) Na přímce p (z úlohy d)) najděte všechny body P pro které platí, že odchylka přímek $\overleftrightarrow{AP}$ a p je 45° .

7. Najděte rovnice všech přímek, které prochází bodem $A = [1; 3]$ a s přímkou $q : 3x - y + 1 = 0$ svírají úhel 45° .

8. Určete rovnici tečny a normály funkce

$$f : y = \frac{x}{x-3}$$

v jejím bodě $T = [2, y_0]$ (tj. bod T leží na grafu funkce f).

9. Necht' je dána přímka p a body A a B , které leží v různých polorovinách s hraniční přímkou p . Označme P průsečík přímky p s úsečkou AB . Na přímce p sestrojte bod C ($C \neq P$) tak, aby $|\angle ACP| = 2|\angle BCP|$.

- Udělejte pouze náčrt a rozbor. Postup konstrukce ani rys provádět nemusíte.
- Diskusi proveďte pouze kvalitativně (tj. uveďte a zdůvodněte, jaký počet řešení může daná úloha mít; závislost počtu řešení úlohy na poloze zadaných útvarů diskutovat nemusíte).

10. Určete rovnice všech přímek, které procházejí bodem $M = [3, 1]$ a mají s kuželosečkou

$$k : x^2 - 9y^2 = 1,$$

právě jeden společný bod.

11. Určete rovnice všech tečen kuželosečky

$$k : x^2 + y^2 = 5,$$

kteřé jsou rovnoběžné s přímkou $x + 2y + 3 = 0$. (Body dotyku hledat nemusíte.)

12. Vyšetřete všechny asymptoty (bez směrnice i se směrnicí) grafu funkce

$$f : y = \frac{xe^x}{e^x - 2}.$$

Výpočet ilustrujte obrázkem, do něhož zakreslete všechny ty části grafu funkce f , které lze na základě provedených výpočtů určit.

13. Kolik přímek určuje šest různých bodů v rovině, z nichž žádné tři neleží v téže přímce? Kolik těchto přímek prochází každým z těchto bodů?

14. Kolika přímkami lze spojit šest různých bodů v rovině, leží-li čtyři z nich v jedné přímce a žádné tři jiné na téže přímce neleží?

Další úlohy. Ve Sbírce úloh z matematiky pro gymnasia od str. 513, zejména úlohy č. 30 - 35, 77 - 89