

15. Pravděpodobnost - úlohy k procvičení

1. Uveďte tzv. *Bayesův vzorec* a dokažte jeho platnost.
2. Uvažujme množinu M všech čtyřciferných čísel, která jsou sestavena z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 9 tak, aby se v nich žádná číslice neopakovala. Jaká je pravděpodobnost, že $36 \mid n$, kde $n \in M$ je náhodně vybrané číslo?
3. Uvažujme množinu M všech sudých dvojciferných čísel. Z množiny M náhodně vybereme čtveřici čísel. Jaká je pravděpodobnost, že každé z takto vylosovaných čísel je dělitelné čtyřmi nebo pěti?
4. Jaká je pravděpodobnost, že při současném hodu třemi kostkami
 - a) bude součet bodů, které na nich padnou, roven 13,
 - b) bude součin bodů na dvou z těchto kostek roven počtu bodů na kostce třetí,
 - c) alespoň na dvou z nich padne prvočíslo?
5. Aleš má ve spíži instantní polévky n druhů, přitom od každého druhu jsou dva kusy. Jaká je pravděpodobnost, že vytáhne česnekovou polévku právě k -tým pokusem ($1 < k < 2n - 1$) a dříve nikoliv? Předpokládejme, že Aleš náhodně vytahuje jednotlivé sáčky s polévkami ze spíže a již je nevrací zpět.
6. V papírnictví prodávají sešity vyrobené v papírnách v Brně nebo Praze. Sešity jsou baleny do balíků po 20-i kusech. Přitom je známo, že v každém balíku z Brna je jeden sešit vyroben z recyklovaného papíru (a ostatní z papíru nerecyklovaného) a v každém balíku z Prahy jsou dokonce dva sešity vyrobeny z recyklovaného papíru (a ostatní z papíru nerecyklovaného). Na prodejně mají 10 balíků z Brna a 8 z Prahy. Kontrolór náhodně vybere jeden balík a z něho vytáhne opět náhodně jeden sešit.
 - a) Jaká je pravděpodobnost, že tento sešit je vyroben z recyklovaného papíru?
 - b) Jaká je pravděpodobnost, že pokud vybraný sešit je z nerecyklovaného papíru, byl vyroben v Brně?
7. Ve stánku s občerstvením prodávají čokolády dvou různých firem a tří různých hmotností - 50 g, 100 g a 200 g. Čokolády mají rozděleny do tří krabic podle jejich hmotnosti. V krabici s 50-i gramovými čokoládami je 15 čokolád od firmy Milka a 9 čokolád od firmy Orion. V krabici s 100 gramovými čokoládami je 12 čokolád od firmy Milka a 14 čokolád od firmy Orion. V krabici s 200 gramovými čokoládami je 8 čokolád od firmy Milka a 11 čokolád od firmy Orion. Prodáváč náhodně zvolí jednu krabici, z ní vezme náhodně jednu čokoládu a nabídne ji zákazníkovi.
 - a) Jaká je pravděpodobnost, že tato čokoláda bude od firmy Milka?
 - b) Jaká je pravděpodobnost, že pokud vybraná čokoláda je vyrobena firmou Milka, váží 100 g?
8. Určete pravděpodobnost výhry jednotlivých pořadí ve hře Sportka.
9. Určete pravděpodobnost, že pokud při hodu třemi kostkami padne součet 9, jsou čísla na alespoň dvou kostkách lichá.
10. Kolikrát musíme hodit jednou kostkou, aby pravděpodobnost, že alespoň jednou padne šestka, byla alespoň 0,75?
11. Hráč náhodně dostane 5 karet z balíčku, který má 52 karet (dvojka - eso; 4 barvy - káry, kříže, herce, piky). Jaká je pravděpodobnost, že
 - a) dostane „poker“, tj. čtyři z pěti jeho karet jsou stejné hodnoty,
 - b) mezi nimi bude nejvýše 1 král,
 - c) dostane „čistou postupku“, tj. pět karet po sobě jdoucích hodnot, které musí být téže barvy (např. piková desítka, pikový kluk, piková dáma, pikový král a pikové eso)?
12. V prvním klobouku je 10 kuliček, z toho 2 modré, ve druhém klobouku je 8 kuliček, z toho 3 modré, ve třetím klobouku je 11 kuliček, z toho 3 modré. Náhodně vybereme klobouk a z něho vytáhneme kuličku. Jaká je pravděpodobnost, že bude modrá?
13. Basketbalista má úspěšnost střelby trestných hodů 90%. Jaká je pravděpodobnost, že tento hráč ze 17-i hodů nejvýše dvakrát nedá koš?
14. Roztržitá sekretářka má rozeslat n různých dopisů n různým adresátům. Protože však ztratila seznam, komu který dopis patří, vkládá je do obálek náhodně. Jaká je pravděpodobnost, že žádný adresát nedostane dopis, který je určen právě jemu? Jak se tato pravděpodobnost chová pro velká n ? Lze určit její limitu pro $n \rightarrow \infty$?

Další úlohy ve Sbírce úloh z matematiky pro gymnasia od str. 346, zejména úlohy č. 53 - 59, 71 - 74, 76, 80, 81, 90 - 93, 100, 101.