

12. Soustavy rovnic a nerovnic - úlohy k procvičení

1. V Gaussově rovině znázorněte všechna komplexní čísla z , pro něž platí

a)

$$1 \leq |z - 1 + 2i| < 4,$$

b)

$$|z + 3 - i| = 3|z - 1 - i| \quad \text{a} \quad \left|z - \frac{3}{2}\right| > \left|z - 3 + \frac{i}{2}\right|.$$

Pojmenujte útvar, který je množinou všech vyhovujících bodů, a v náčrtu popište přesně jeho polohu.

2. V kartézské soustavě souřadnic znázorněte množinu všech bodů $X = [x; y]$, pro jejichž souřadnice platí

a)

$$y \geq -2(x - 1) \quad \text{a} \quad y + 1 \leq -(x - 1)^2,$$

b)

$$9x^2 + 4y^2 \leq 36, \quad x + y \geq 1 \quad \text{a} \quad y < \sqrt{x}.$$

Pojmenujte útvary, které tvoří hranice množiny všech vyhovujících bodů, a v náčrtu popište přesně jejich polohu.

3. Určete definiční obory následujících funkcí

a)

$$f : y = 2 \ln \left(-3 \arcsin \frac{x+2}{2} \right) - 5\sqrt{x^2 + 2x - 3},$$

b)

$$f : y = \sqrt{\log(2x^2 + 3x - 1)} + 2 \arccos \frac{x}{3},$$

c)

$$f : y = \sqrt{\sin \left(2x - \frac{\pi}{2} \right)} \cdot \log_3 \arccos x.$$

4. Diskutujte o vzájemné poloze přímky $p : 3x - 4y - 11 = 0$ a kuželosečky $k : 9(x-1)^2 + 16(y+2)^2 = 288$. Najděte přitom všechny jejich společné body. O jakou kuželosečku se jedná?

5. Rozhodněte, zda útvar tvořený body $A = [-1; 2; 2]$, $B = [1; 3; -1]$, $C = [0; -2; 3]$ a $D = [-3; 2; -5]$ je čtyřstěn. Své tvrzení podložte výpočtem.

6. Následující výrazy rozložte na parciální zlomky

a)

$$\frac{2x^3 - 3x^2 - 5}{(x^2 + x + 2)(x^2 + 1)},$$

b)

$$\frac{2x^2 - 10x + 9}{(x + 4)(x^2 - 2x + 3)},$$

c)

$$\frac{-2x^4 + x^3 - 12x^2 + 4x - 13}{(x^2 + 3)^2 (x + 1)},$$

d)

$$\frac{-x^3 + 3x + 9}{(x^2 + x + 1)(x - 2)^2}.$$

Další úlohy ve Sbírce úloh z matematiky pro gymnasia

- od str. 49, zejména úlohy č. 357 - 361, 366, 367, 370, 371, 373 - 376,
- od str. 83, zejména úlohy č. 198 - 204, 209 - 213, 221 - 228, 230, 231.