

Příklad 1. Jsou dány body $A = [-8, 5]$, $B = [8, -7]$ a $C = [17, 5]$. Vypočítejte

1. těžiště T ,
2. poloměr r a střed S kružnice opsané,
3. ortocentrum (průsečík výšek) V ,
4. poloměr ρ a střed O kružnice vepsané.

Příklad 2. Nechť je dán bod $A = [28, -15]$. Označme B bod osově souměrný s bodem A podle osy o zadanou rovnicí $5x - 12y + 18 = 0$.

1. Vypočítejte souřadnice bodu B .
2. Nalezněte bod C na ose o takový, že plocha trojúhelníku ABC je 1014.
3. Určete množinu bodů C' takových, že trojúhelník ABC' má plochu 1014.

Příklad 3. Vypočítejte průsečík přímk

1.

$$\begin{aligned}p: 2x + 4y - 6 &= 0, \\q: -5x + 7y + 15 &= 0, \\r: x &= 1 - 6t, \\y &= 1 + 3t, \quad t \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}p: 6x - 10y + 2 &= 0, \\q: x &= 3 + 15t, \\y &= 2 + 9t, \quad t \in \mathbb{R}, \\r: x &= -2 - 25s, \\y &= -1 - 15s, \quad s \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}p: 3x + 8y - 5 &= 0, \\q: x + 3y - 1 &= 0, \\r: 2x - y - 16 &= 0.\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}p: x &= -7 + 2t, \\y &= 6 - 3t, \quad t \in \mathbb{R}, \\q: x &= 5 + s, \\y &= 9 + 2s, \quad s \in \mathbb{R}, \\r: x &= 2 - k, \\y &= -12 + 3k, \quad k \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Příklad 4. Mějme body $A = [1, 1]$, $B = [2, 3]$, $C = [5, 2]$, $D = [4, 0]$. Vypočítejte

1. průsečík úhlopříček čtyřúhelníku $ABCD$,
2. plochu čtyřúhelníku $ABCD$.

Příklad 5. Uvažme trojúhelník ABC , kde

$$A = [-4\sqrt{3}, -3\sqrt{3}], \quad B = [-3, 4], \quad C = [4\sqrt{3}, 3\sqrt{3}].$$

1. Vypočítejte délku strany AB .
2. Vypočítejte vnitřní úhly α, β, γ trojúhelníka ABC .
3. Vypočítejte délku výšky v_b na stranu AC .

Řešení 1.

1. $T = [\frac{17}{3}, 1]$,
2. $r = 12,5$ a $S = [\frac{9}{2}, 5]$,
3. $V = B = [8, -7]$,
4. $\rho = 5$ a $O = [7, 0]$.

Řešení 2.

1. $B = [8, 33]$,
2. dvě řešení $C_1 = [54, 24]$, $C_2 = [-18, -6]$,
3. dvě přímky

$$p: 12x + 5y - 768 = 0,$$

$$q: 12x + 5y + 246 = 0.$$

Řešení 3.

1. bod $[3, 0]$,
2. přímka $p = q = r$,
3. bod $[7, -2]$,
4. bod $[-1, -3]$.

Řešení 4.

1. $[3, \frac{3}{2}]$,
2. 7.

Řešení 5.

1. 10,
2. $\alpha = \gamma = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$, $\beta = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$,
3. 5.